Los grandes números del ajedrez

y otros relatos matemáticos

Alejandro Cerletti • Eduardo Wolovelsky

Ministerio de Educación
Presidencia de la Nación

UBA
Universidad de Buenos Aires

DIRECTORA DE EDUCACIÓN PRIMARIA
Lic. Silvia Storino

COORDINACIÓN DE MATERIALES EDUCATIVOS
Gustavo Bombini

RESPONSABLE DE PUBLICACIONES
Gonzalo Blanco

AUTOR
Alejandro Cerletti y Eduardo Wolovelsky

DISEÑO
Rafael Medel López

Alejandro Cerletti
Los grandes números del ajedrez / Alejandro Cerletti y Eduardo Wolovelsky. - 1a ed. - Buenos Aires : Ministerio de Educación de la Nación, 2013.
64 p. : il. ; 21x15 cm. - (Nautilus)

ISBN 978-950-00-0983-6

1. Ciencias para Niños. I. Wolovelsky, Eduardo
CDD 507.054

Fecha de catalogación: 15/02/2013

Queridas chicas y queridos chicos:

El Ministerio de Educación de la Nación pone hoy en sus manos y en las de sus maestros una colección de libros y de revistas muy particular. Su contenido nos ayuda a comprender los fenómenos naturales según los explican los científicos, cómo se forjaron esas explicaciones y su importancia en la transformación de la cultura y del mundo en que vivimos.

Una colección cuyos textos nos hablan de las Ciencias Naturales en diferentes momentos de la historia, nos cuentan sobre sus descubrimientos, sobre sus aciertos y errores. Sus páginas están llenas de historias poco conocidas u olvidadas. Algunas de ellas nos hablan sobre hombres y sociedades que pretendieron utilizar o utilizaron los conocimientos científicos para dañar a otros hombres, muchas otras en cambio, nos muestran el esfuerzo y la imaginación de personas que con sus conocimientos y actitudes hicieron grandes aportes para que podamos vivir un poco mejor. Esto es así porque la actividad científica es una actividad humana y por lo tanto está atravesada por contradicciones, intereses, sueños y desafíos.

Es por eso importante que en la escuela podamos estudiar esta actividad para comprenderla, para valorar sus logros o ponerlos en cuestión. Seguramente algunos de estos relatos los podrán leer solos o entre compañeros, otros textos necesitarán de la ayuda de sus maestros. Aunque aprender ciencias pueda parecer complicado, lo cierto es que todos ustedes, chicos y chicas son capaces de hacerlo y la escuela los ayudará todos los días a lograrlo.

Finalmente, queremos que sepan que esta colección del Programa de Comunicación y Reflexión Pública sobre la Ciencia es el resultado del trabajo y esfuerzo realizado durante mucho tiempo por docentes e investigadores del Centro Cultural Ricardo Rojas de la Universidad de Buenos Aires. Ellos se han preocupado por difundir y brindar el derecho a cada ciudadano de que la ciencia pueda ser valorada críticamente. Les agradecemos mucho este aporte desinteresado que ha permitido que Nautilus llegue a cada uno de ustedes.

Esperamos que estudien mucho y que puedan compartir con sus familias todo lo aprendido en la escuela.

Con afecto,

Alberto Sileoni

Ministro de Educación de la Nación

Los grandes números del ajedrez y otros relatos matemáticos

1

capítulo

Contar con los dedos

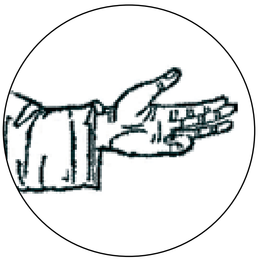
El mundo está hecho de números. Las notas de los exámenes en la escuela, el precio de los libros y juegos, las líneas de colectivos son sólo algunos ejemplos.

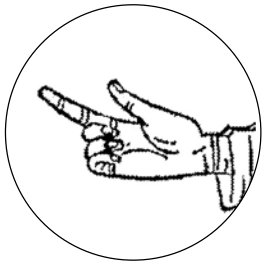
Cuando éramos pequeños aprendimos a contar y teníamos que hacerlo con los dedos. Esto en realidad no era ningún problema. Cuando nos preguntaban la edad podíamos contestar cuatro sin hablar. Lo único que debíamos hacer era poner la mano así:

y todos entendían que nuestra edad era de cuatro años.

Retrato de Luca Pacioli con su protector Guidobaldo di Montefeltro, Duque de Urbino. El cuadro fue pintado por Jacopo de Barbari hacia el 1500. Luca Pacioli resumió en su libro *Summa Arithmetica* un sistema para contar con los dedos desde 1 hasta 9.999.

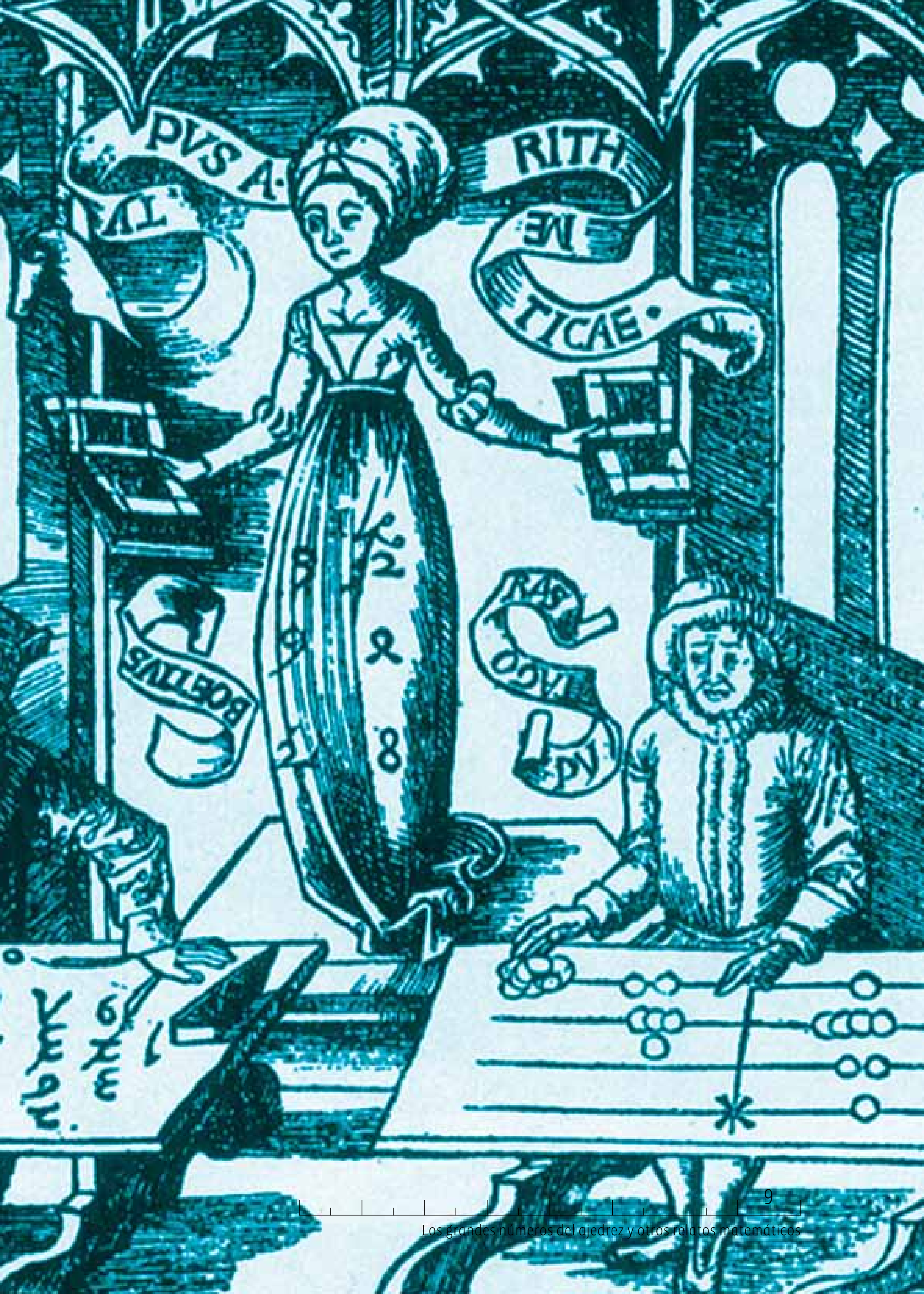
Crecimos y ya no necesitamos los dedos para contar, pero la escuela volvió a plantearnos un problema. Comenzamos a sumar y volvimos a los dedos para estar seguros del resultado. Pero, a medida que los números se hicieron grandes, las manos ya no nos alcanzaron. ¿Hasta que número es posible contar utilizando los dedos?





No hay duda de que es posible hacerlo hasta 10 porque ésa es la cantidad de dedos que tenemos en la mano. Si fuéramos capaces de mover con habilidad los dedos del pie podríamos contar hasta 20. Si utilizáramos nuestra memoria podríamos repetir el proceso y contar hasta 40. Para avanzar más allá de este número tendremos que hacer un esfuerzo cada vez mayor para recordar y lo más probable es que terminemos equivocándonos.

Grabado del año 1503 en el que se representa el cálculo realizado con la numeración indo-arábiga (la misma que usamos hoy para las cuentas) y las operaciones realizadas con el ábaco. La Aritmética representada por la mujer del centro muestra su preferencia por el cálculo hecho sobre el papel.


PVS A·
RITH
ME
TICAE·

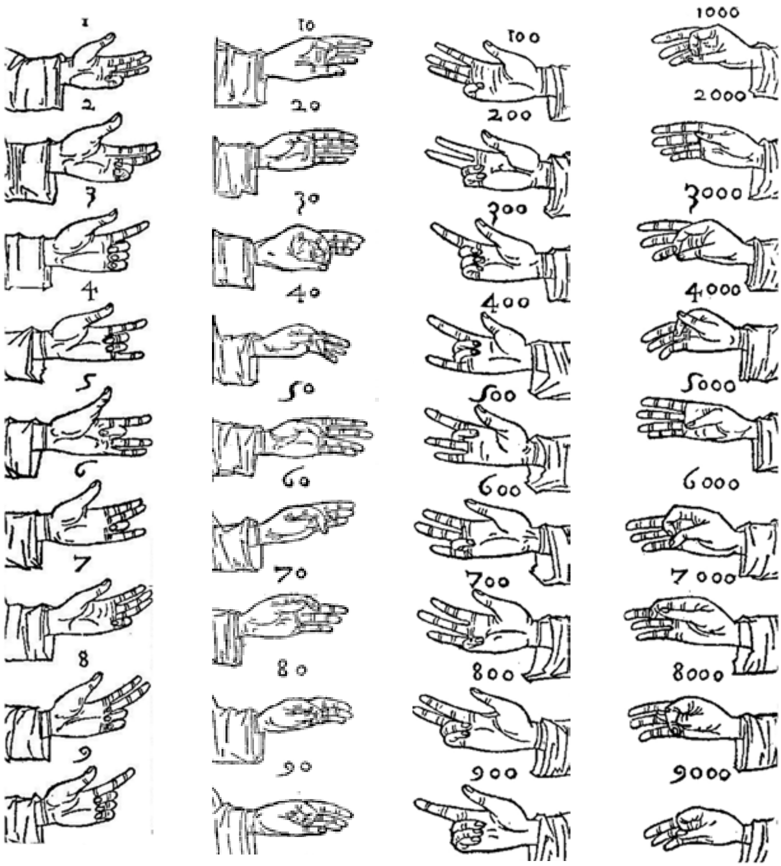
Luc
Paci
(1445-

as
oli
1514)

Dos años después de que Colón llegase a América, hace más de 500 años, un matemático italiano llamado Luca Pacioli resumió, en su libro *Summa Arithmetica*, un sistema que con sólo 18 posiciones diferentes de los dedos permitía contar desde 1 hasta 9.999.

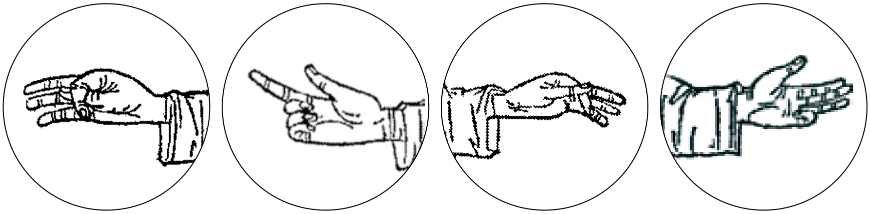
¿Cómo es posible?

Veamos cuál es el sistema que Pacioli nos propone:



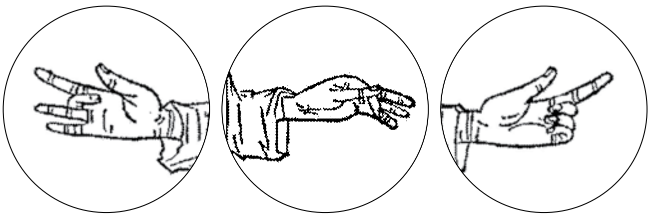
Si cuentan, verán que hay 36 figuras con diferentes posiciones de los dedos para representar las unidades, las decenas, las centenas y las unidades de mil.

Para representar el número 8.341 lo podemos hacer así:



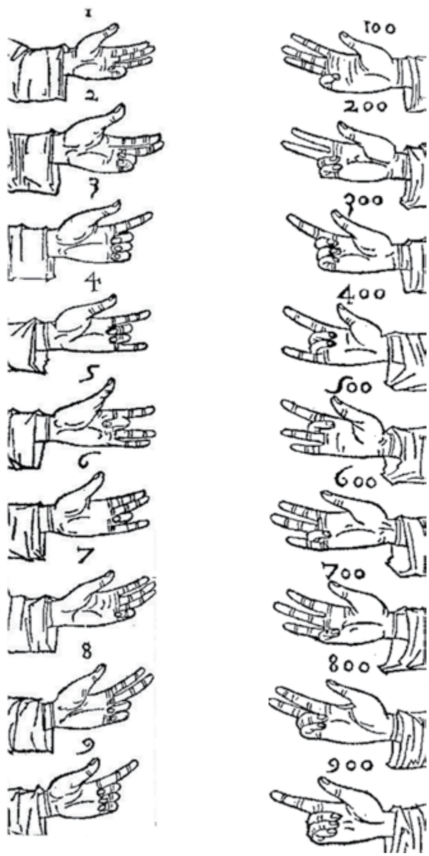
8.000 **300** **40** **1**

El 549 se puede hacer de la siguiente forma:

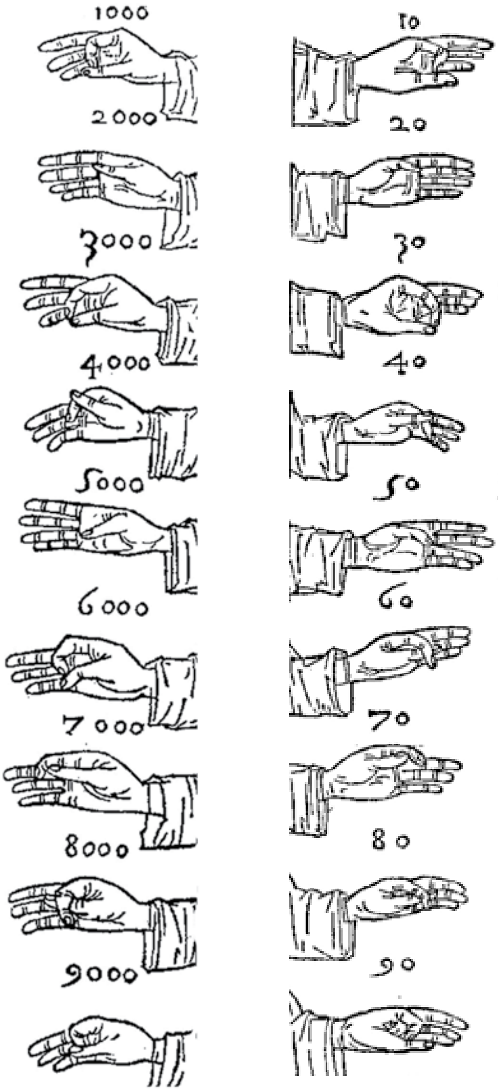


500 **40** **9**

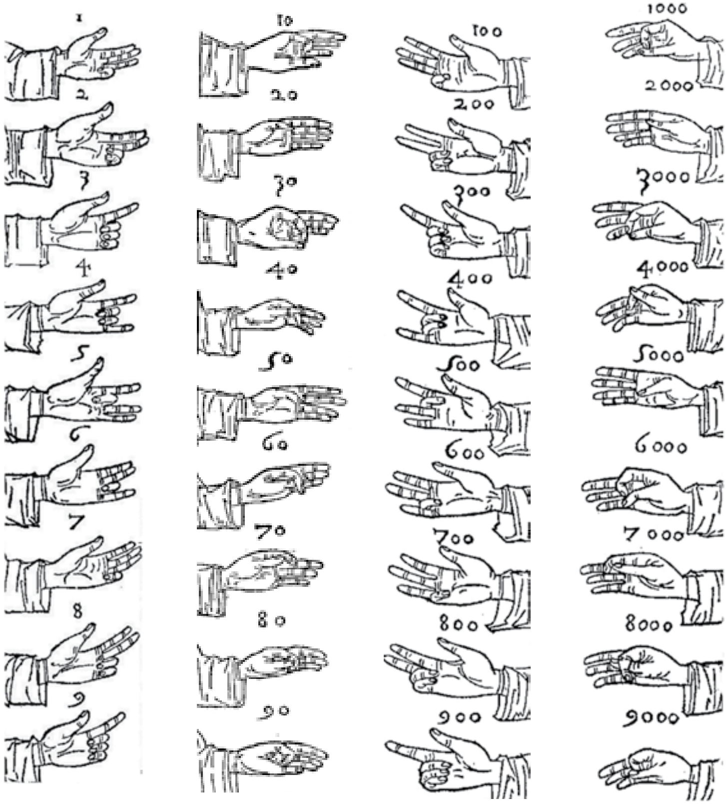
Si reordenamos las columnas y ponemos la correspondiente a las unidades al lado de la correspondiente a las centenas podemos ver, por ejemplo, que el símbolo para el 1 que se realiza con la mano izquierda es igual al símbolo del 100, sólo que éste se realiza con la mano derecha. Con memorizar las posiciones de los dedos de la columna que describe los números del 1 al 9 podemos saber las posiciones de los dedos de las centenas que van del 100 al 900.



Lo mismo puede realizarse comparando la columna de las unidades de mil con la de las decenas:



Las 36 figuras de la tabla representan sólo 18 posiciones diferentes. Hay 36 cuadros porque 18 de ellos corresponden a la mano derecha y los otros 18 a la mano izquierda.



El invento de un sistema para contar con los dedos, hasta dos mil, tres mil o diez mil, es un tributo al ingenio humano. Pero las maravillas que el mundo de los números nos propone no terminan en este relato. Sin duda, muchas otras historias son posibles.

Los grandes números del ajedrez y otros relatos matemáticos

2

capítulo

El año al que le faltaron diez días


ASIA

La historia de Federico

Aquel era un curioso pueblo enclavado a orillas del mar. Aunque nadie recordaba cuándo había sido fundado, cada uno de sus habitantes conocía una singular historia acerca de su origen. Historia que, contada de manera furtiva, llevaba a muchos jóvenes a abandonar aquel lugar para no volver jamás. Cada hombre, cada mujer, cada niño sabía que sus antepasados habían llegado del otro lado del mar escapando de alguna tragedia, tal vez climática, o de una enfermedad, o de la guerra.

También se contaba que, antes de huir, habían escondido sus riquezas para poder recuperarlas alguna vez. Era esta parte del relato la que empujaba a los más ambiciosos hacia el mar del que nunca regresaban. Tal vez habían descubierto un bello lugar donde quedarse. Era posible que hubiesen encontrado aquellos tesoros. Pero también pudo ocurrir que no hubiesen llegado a ninguna parte...

Entre todos los habitantes se destacaba el carpintero, pero no precisamente por los muebles que fabricaba. Eran sus conocimientos astronómicos y su saber en el campo de la matemática lo que le había dado cierta fama en el pueblo. Estaba preocupado por su hijo Federico, a quien le hizo prometer que, si deseaba ir en busca de aquellos tesoros, sólo podría partir después de su cumpleaños número 21. A Federico esto le pareció razonable y no dudó en dar su promesa.

Pasaron algunos años y Federico supo que su juramento estaba cumplido y quiso, como tantos otros, ir en busca de las riquezas de sus antepasados. Pero su padre le advirtió: “No puedes partir. Aunque eres un joven de 21 años aún no has podido conmemorar tu vigésimo primer cumpleaños. Naciste un 29 de febrero, por lo tanto, recién has conmemorado 5 cumpleaños y deberás esperar otros 63 años para que se cumpla tu aniversario número 21”. Federico no pudo ocultar su enojo, pero reconoció la habilidad de su padre de jugarle una trampa con los años bisiestos y le agradeció su cuidado. Este episodio estimuló la curiosidad del joven Federico que comenzó a estudiar la historia de los calendarios. Descubrió así que hubo un año con 10 días menos y que tal hecho estaba relacionado con los años bisiestos, aquellos que, en lugar de 365, tienen 366 días porque se agrega el 29 de febrero.

Diez días menos

El 24 de febrero de 1582 el papa Gregorio XIII promulgó nuevas reglas para el cálculo del calendario en el mundo católico, modificando el almanaque que hasta esa fecha se regía por la reforma hecha por Julio César en el año 45 antes de Cristo y conocido como el calendario juliano.

Los calendarios deben estar organizados de tal manera que, por ejemplo, el verano o el invierno caigan siempre en la misma fecha. Esto permite ordenar y acomodar la vida social de los hombres. Año tras año una festividad cualquiera que ocurra, por ejemplo, el 21 de junio, que es el día del comienzo del invierno en el hemisferio sur, deberá seguir sucediendo al comienzo de la estación fría. Si el calendario no está bien ajustado en relación al movimiento relativo de la Tierra respecto del Sol, con el correr del tiempo el 21 de junio dejará de marcar el inicio del invierno.

Según el calendario juliano, el año se dividía en 365 días y cada cuatro años había uno con 366.

Papa Gregorio XIII

Aunque en aquella época se suponía que la Tierra se encontraba inmóvil en el centro del universo, podemos entender mejor cómo estaba armada esta forma de dividir el tiempo si partimos de la idea actual que considera a la Tierra en movimiento alrededor del Sol. La cantidad de días de un año en el calendario juliano supone que la rotación de la Tierra alrededor del Sol es de 365,25 días. Pero ésta es una estimación aproximada. La Tierra da un giro completo alrededor del Sol cada 365,242199 días. De este modo, cada año se produce así un desplazamiento de poco más de 11 minutos entre el movimiento de la Tierra alrededor del Sol y el almanaque. Hecho que es imperceptible en el curso de una vida, pero no con el correr de los siglos.

Christopher Clavius

Para la época del Papa Gregorio el calendario juliano había sumado un corrimiento de 10 días. Esto significa que, por ejemplo, el 21 de junio ya no podría marcar el inicio del invierno debido a que en esa fecha la posición del Sol en relación a la Tierra es equivalente a la esperada para el 1 de julio. Al papa le preocupaba que la fecha de las festividades religiosas se fuese corriendo en relación a las estaciones. Sin duda, una complicación a la hora de mantener los rituales sostenidos por la tradición.

Las nuevas reglas de cálculo para el almanaque tenían algunas similitudes con las propuestas por Julio César, pero también había importantes diferencias. En el calendario propuesto por el papa Gregorio, el año tiene 365 días y cada cuatro acontece uno de 366, a excepción de algunos años que marcan cambios de siglo. Esta última regla para el cálculo del calendario es un tanto caprichosa.

A los años que deberían ser bisiestos pero que marquen cambios de siglo no se les debe agregar el día 29 de febrero a menos que ese cambio ocurra en un año que es divisible por 400. De esta forma el año 1900 no fue bisiesto pero el año 2000 sí.

Julio César

Este cambio en el calendario no restituía las celebraciones religiosas a la época del año en que se solían festejar. La solución propuesta por las autoridades religiosas fue tan sencilla como inesperada: restarle a aquel año de la reforma del calendario diez días. Fue así como del 4 de octubre se pasó al 15 de octubre. Esto ocurrió en el año 1582.

Tal vez muchos pensaron o sintieron que les habían robado diez días de sus vidas. Pero, así como Federico tenía 21 años a pesar de que sólo pudo festejar cinco cumpleaños en la fecha correspondiente a su nacimiento, de la misma forma es imposible quitar los días por una decisión. Lo que cambia es la forma de contarlos.

Los calendarios no son sólo un juego de relación entre el cálculo de fechas y ciertos fenómenos astronómicos. Reflejan las pasiones, creencias y tradiciones que animan la vida de los pueblos.

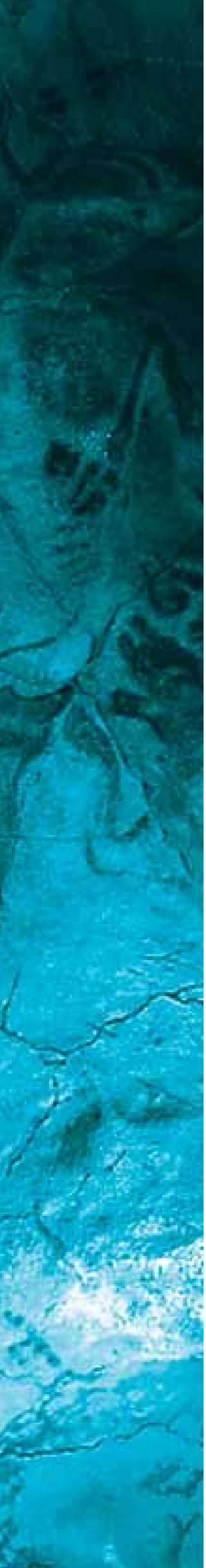

LVNARIO
O. SECONDO LA NVOVA RI-
MA DELLA CORRETTIONE DEL L'ANNO,
RIFORMATO DA N. S. GREGORIO XIII.
meridiano dell'Alma Città di Roma, per M. Euſebio de Aleſſandri Vercelleſe, nel quale
ontioni, oppoſitioni, & quadrati della Luna con il Sole, vi ſi ſon poſte ancora le feſte
& quelle di Palazzo, & di Campidoglio, & li giorni buoni per cauar ſangue, & dar
nedicine, & ſerue per tre Meſi, cio è Ottobre, Nouembre, & Decembre.
300
TE VATICANE
A. CIABURRO INC.
1582-1982
700
POSTE VATICANE
I.P.Z.S. ROMA 1982
A. CIABURRO INC.
4-15 ottobre 1582
RIFORMA DEL CALENDARIO DETTO GREGORIANO
DEL VATICANO

Los grandes números del ajedrez y otros relatos matemáticos

3

capítulo

Los números



Diez ciclos lunares comprendía el año romano;
Este número era tenido entonces en alta estima,
Quizás porque tenemos el hábito de contar con nuestros dedos,
O porque una mujer es madre al cabo de dos veces cinco meses,
O aun porque los números crecen hasta diez,
Y entonces desde uno comienzan su ritmo de nuevo.

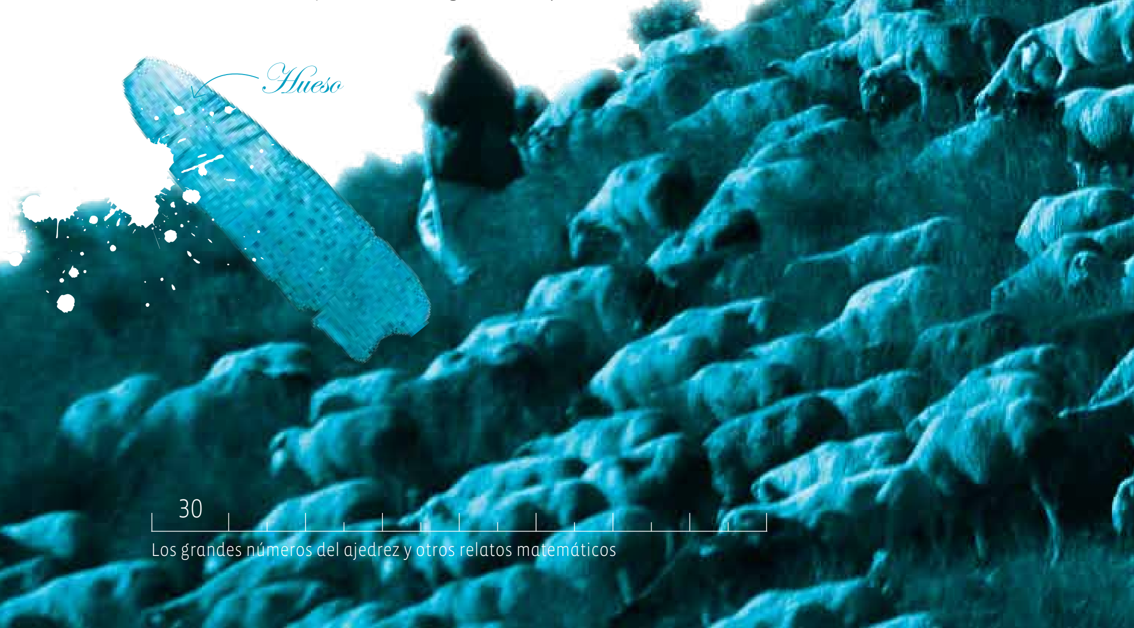
Ovidio (Poeta romano, 43 a.C.-17 d.C.)

Casi sin fuerzas, un hombre vuelve a su cueva, apenas iluminada por una pequeña fogata. Come un poco junto a los otros habitantes de la caverna y enseguida emprende una tarea que le llevará varias horas.

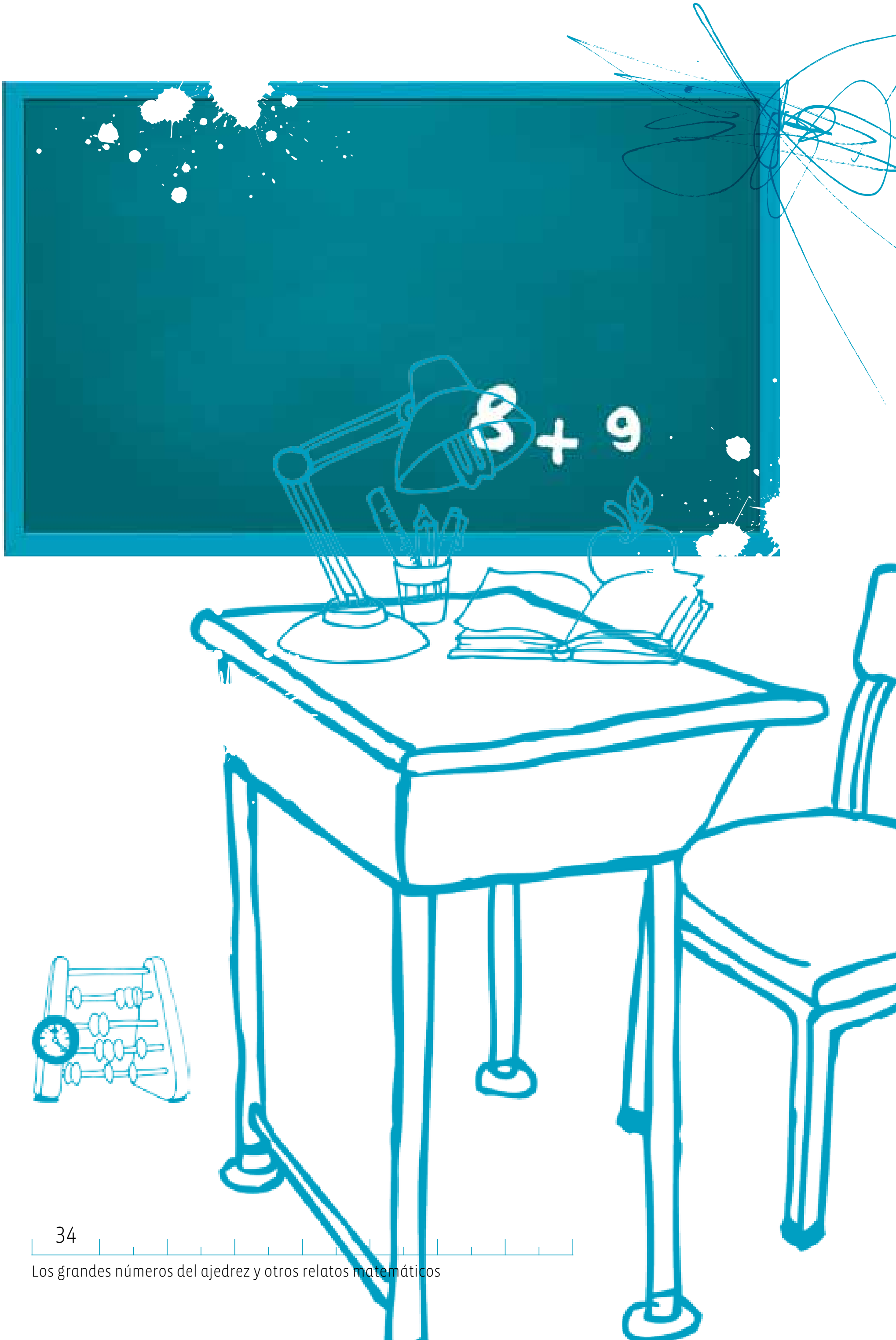
Con mucho cuidado comienza a delinear una figura extraña sobre una de las rugosas paredes. Un niño se acerca y lo mira con curiosidad. Luego de un largo rato, muy cansado pero satisfecho, termina su obra.

El hombre primitivo ha dibujado y pintado al bisonte que hoy ha cazado con mucho esfuerzo. El nuevo bisonte está colocado junto a otros, casi idénticos, que ha pintado en jornadas anteriores. La pintura rupestre de los bisontes, ubicados uno al lado del otro, muestra el fruto de la tarea que el valiente cazador ha realizado durante los últimos años. Todos los bisontes que cazó están ahora ahí, sobre la piedra, transformados en líneas firmes y suaves colores. El niño, que miraba la escena con atención, se ha dormido, encantado.

Muchos miles de años después, un joven pastor regresa a su vivienda con el pequeño rebaño que debe cuidar. Está inquieto. Teme que se le haya escapado alguna oveja, tal vez cuando el sueño lo venció por unos instantes y dormitó fugazmente, junto a un árbol. Las mira con atención pero no alcanza a darse cuenta de si están todas. Con mucha ansiedad, saca de su morral de piel un trozo de hueso amarillento, que lleva siempre con él. El hueso tiene varias marcas, hechas con la punta afilada de una piedra. El pastor sabe que cada una de las rayas que ha hecho en el hueso corresponde a una oveja. El conjunto de todas las marcas es su rebaño completo. Con bastante trabajo comienza a hacer nuevas rayas, mirando con atención el rebaño. Recuerda muy bien que debe hacer una marca por oveja. Se esmera mucho en colocar cada nueva marca justo enfrente de cada de una de las que había hecho con anterioridad. Cuando llega a trazar la última respira aliviado: ¡están todas! Ha conseguido igualar la cantidad de rayas que representaban su rebaño completo con las que representan su rebaño actual. Por suerte, no se ha perdido ninguna oveja.



Ha pasado mucho tiempo. Un viejo agricultor, después de caminar durante toda la mañana al rayo del sol, llega muy cansado a un caserío alejado de su aldea natal. Tiene la intención de intercambiar las calabazas que ha recolectado por unos abrigos que le vendrán muy bien para el invierno que se avecina. Deja sobre una mesa de piedra la pesada cesta en la que trae las calabazas y se dirige a una fuente de agua cercana, para refrescarse un poco. Cuando vuelve a recoger la cesta ve que unos chicos salen corriendo, riéndose y saltando. El viejo los mira alejarse, desconfiando un poco de lo que ha pasado. Sospecha que le pueden haber robado alguna calabaza. Se inclina sobre la cesta y soportando el dolor de su cintura las comienza a sacar una por una, contándolas con cuidado: una, dos, tres, cuatro, cinco, seis, ¡siete! Se pone de pie y respira aliviado. Están las siete calabazas que con tanto esfuerzo ha traído.

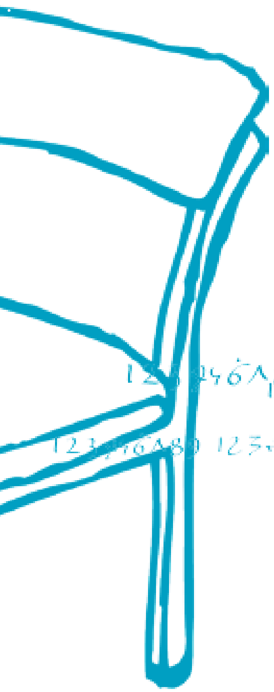

8 + 9

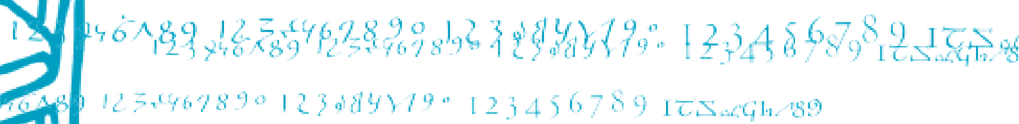
La maestra escribe en el pizarrón el número 8, luego anota 9 y les pide a sus alumnos que hagan la cuenta “8 más 9”. Agustina se queda pensando un rato, con la mirada perdida en el cielo azul, que se alcanza a ver a través de la ventana de su aula. Se vuelve sobre su cuaderno de clase y escribe, segura, “17”, muy contenta porque ya no necesita utilizar sus dedos para contar.

Cada una de estas breves historias muestra los grandes pasos que ha dado la humanidad para valerse de los números y de todas las operaciones que se pueden hacer con ellos.

El cazador primitivo para representar los bisontes que había cazado trataba de reproducirlos, lo más fielmente que pudiera, pintándolos uno junto a otro.

En la época del joven pastor ya se podían representar, con una marca, ciertos objetos (por ejemplo, cada oveja del rebaño). Es decir, no hacía falta reproducir la figura de lo que se quería contar, sino que bastaba con hacer una marca sobre alguna superficie para señalar cada objeto.



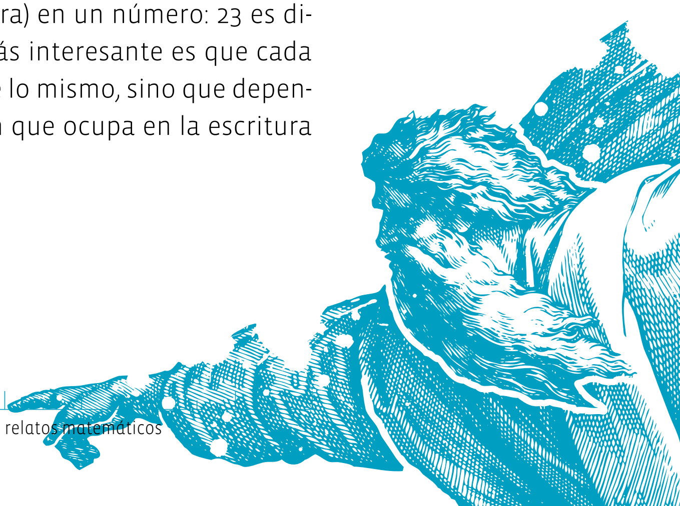


Llegamos a los tiempos del agricultor, cuando fue posible “contar” las cosas asignándoles un número determinado: “1” a la primera calabaza, “2” a la segunda, etc. Ya hace mucho tiempo que no nos es imprescindible asociar objetos concretos a los números.

Desde chicos, cuando aprendemos a sumar, después de un tiempo de práctica ya no necesitamos más vincular los números con objetos.

Nuestro sistema de numeración (que empleamos a diario para contar y hacer las operaciones matemáticas usuales) tiene diez símbolos diferentes (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9). Con ellos podemos construir todos los números que queramos (123, 78, 1.009, 2.985.180). Es decir, con una base de diez símbolos es posible representar las distintas cantidades numéricas. Por este motivo, a este sistema de numeración se lo llama *decimal*. Es probable que se haya extendido utilizar una base de diez por los diez dedos de las manos, que deben haber ayudado mucho a hacer las primeras “cuentas”.

La numeración escrita decimal constituye una lengua independiente, que está presente junto a nuestra lengua materna (como es, en nuestro caso, el castellano). Tiene varias particularidades interesantes que la diferencian de otros sistemas de numeración antiguos. Por ejemplo, es fundamental el lugar que ocupa cada símbolo (o cifra) en un número: 23 es diferente que 32. Pero lo más interesante es que cada símbolo no “vale” siempre lo mismo, sino que depende también de la posición que ocupa en la escritura de un número.



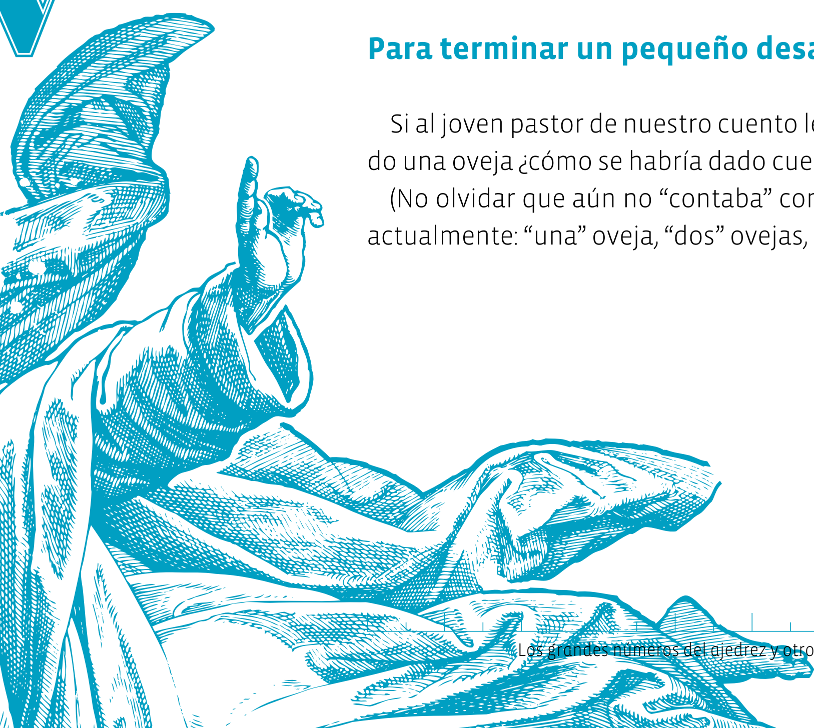
El “1” del número 17 no tiene el mismo significado que el “1” de 150 o el de 1.328. El “1” vale “uno” sólo cuando está solo, mientras que en el caso de 17 “vale” diez, ya que el primer lugar corresponde a las decenas y el segundo a las unidades (en este caso, siete unidades). Lo mismo ocurre con las centenas, las unidades de mil, etc. (el “1” de 1.328 vale mil, el “3” vale trescientos, el “2” vale veinte y el “8” vale ocho). La “posición” que ocupa la cifra define entonces su valor.

Por ello este tipo de numeración se llama de *posición*. Pero no todos los sistemas de numeración son de posición. Pensemos, por ejemplo, en la numeración romana: el “I” vale lo mismo cualquiera sea el lugar que ocupe, lo mismo que “M” vale mil, independientemente de su posición (y así con el resto de los números romanos; cada uno tiene un valor fijo). “Mil uno” se escribe MI, “cuatro” se anota IV; en los dos casos “I” vale siempre uno.

Para terminar un pequeño desafío:

Si al joven pastor de nuestro cuento le hubiera faltado una oveja ¿cómo se habría dado cuenta?

(No olvidar que aún no “contaba” como lo hacemos actualmente: “una” oveja, “dos” ovejas, etc.)



Los grandes números del ajedrez y otros relatos matemáticos

4

capítulo

Los grandes números del ajedrez

Una antigua leyenda cuenta la fascinante historia de un bondadoso rey de la India, llamado Iadava, y de un humilde sacerdote, el joven brahmán Lahur Sessa. Dicen los viejos relatos que el monarca se encontraba sumergido en una profunda e inconsolable tristeza. Sus ministros, sus colaboradores y toda la gente que vivía en el palacio no conseguían que el rey pudiera apartarse de su gran melancolía, y esta situación preocupaba mucho a todos. El temor por la salud del rey aumentaba cada vez más y ni los médicos ni los consejeros podían hacer nada. Fue entonces cuando el humilde Sessa se presentó frente a las puertas del palacio rogando tener una audiencia con el mismísimo rey.

Cuando le preguntaron cuál era el objeto de tal solicitud el joven sólo respondió: “Voy a devolver la alegría al rey”. Los guardias se miraron sorprendidos y echaron a reír. ¿Cómo este modesto muchacho podría lograr aquello que los más expertos y sabios no habían conseguido? “¿Y qué piensas hacer para que la alegría vuelva a nuestro amado rey?”, lo interrogaron burlonamente. Sessa no se amedrentó y con voz firme les respondió: “He inventado un juego maravilloso que hará que el rey se divierta mucho y vuelva a estar contento”. Los guardias desconfiaron un poco y le pidieron que les explicara de qué se trataba tan novedoso y fantástico juego. El joven brahmán les dijo que sólo enseñaría el juego al rey en persona.

Luego de varias horas de discusiones entre los ministros, los consejeros, los sacerdotes y los médicos del palacio, finalmente decidieron dejar pasar a Sessa. ¡Ya no sabían qué hacer para curar al rey! ¡Quizás Sessa pudiera! El muchacho ingresó por una enorme puerta de madera oscura y recorrió un largo corredor de relucientes baldosas de colores, que formaban delicadas figuras geométricas. Sessa se detuvo un breve instante, para mirarlas con atención. Estaba deslumbrado. Cuando arribó al pasillo que conducía a la sala donde estaba el rey tuvo un poco de miedo y casi se arrepiente de haber llegado hasta ahí. En ese momento se le acercó el gran visir, el principal consejero del rey, y con palabras afectuosas le devolvió la tranquilidad y lo acompañó hasta la enorme habitación donde lo esperaba el monarca.

Sessa subió una pequeña escalinata y se encontró frente el soberano, que lo miraba con atención. Sessa sólo llevaba consigo una pequeña bolsa de tela y un extraño tablero que sujetaba con fuerza bajo su brazo. El rey le hizo un ademán para que se acercara, luego se inclinó ligeramente hacia adelante y con voz grave le dijo: “¿Qué traes contigo muchacho?”, y agregó enseguida, con mucha amabilidad: “Me han comentado que dices haber inventado un juego extraordinario, ¿de qué se trata?”. El rey lo miró bondadosamente. Esto animó a Sessa, quien sin perder tiempo apoyó el tablero sobre el piso y comenzó a sacar de la bolsa, una por una, una serie de extrañas piezas de madera que comenzó a distribuir ordenadamente. El tablero que había llevado Sessa estaba pintado de forma cuadriculada, en blanco y negro, en colores alternados, y tenía ocho cuadraditos, o escaques, por cada lado.

Cuando terminó de acomodar las piezas, que representaban figuras guerreras de dos colores diferentes, el rey vio que habían quedado dispuestos dos ejércitos enfrentados. A partir de allí Sessa comenzó, con enorme entusiasmo, a explicarle al rey Iadava las reglas del juego, los movimientos de las piezas, las estrategias para jugar mejor, los posibles ardides. Pasaron muchas horas y el rey aprendía rápidamente. Al poco tiempo, el rey se había convertido en un experto y disfrutaba largas horas jugando con sus consejeros, ministros y amigos, ya que todos se habían interesado en el maravilloso juego inventado por Sessa y estaban encantados con él. Iadava estaba nuevamente contento y con él todo el palacio y también toda la población del reino.

¡Por fin la alegría había retornado!

El rey no sabía cómo agradecer a Sessa por tan hermoso e ingenioso regalo. Le ofreció joyas, palacios y territorios; pero el joven brahmán no aceptaba, disculpándose con timidez, ninguno de ellos. "Joven Lahur Sessa, ¡pídeme lo que quieras que podré satisfacer tus deseos!, te ruego que no rechaces mis obsequios, tal es la gratitud que te tengo", le imploró el rey. Sessa se acercó entonces al rey, tomó el tablero de juego y corrió todas las piezas hacia un costado.

Apoyando su dedo índice sobre la primera casilla, le dijo al monarca: “Majestad, me conformo con que me des un grano de trigo por la primera casilla del tablero, dos por la segunda, cuatro por la tercera, ocho por la cuarta, y así sucesivamente, multiplicando cada vez por dos, hasta llegar al último casillero”. El rey lo escuchó con mucha atención y una vez que hubo finalizado le dijo: “¡Pero muchacho, tan modesto obsequio me pides! ¡Por supuesto que serás complacido!” Y ordenó de inmediato a los contadores del palacio calcular la cantidad de trigo que deberían entregar a Sessa. ¡Cuál fue la sorpresa cuando los contadores regresaron, luego de muchas horas de discusión, y comunicaron al rey lo que habían calculado! ¡No alcanzaba la producción completa de trigo de todo el reino! La cantidad de granos de los que deberían disponer era de 18.446.744.073.709.551.615, un número imposible de satisfacer ¡ni aún con la producción de trigo de todo el mundo!

Esta breve historia no sólo nos cuenta el pintoresco origen del juego que hoy conocemos con el nombre de *ajedrez*; también nos plantea unos desafíos matemáticos muy interesantes. ¿Cómo se puede calcular la enorme cantidad de granos de trigo que correspondería al pedido de Sessa? ¿Cómo fue posible que los números hayan crecido tan rápidamente, si empezaban con cifras tan pequeñas: 1, 2, 4, 8, etc.? La cuestión no es muy complicada, pero requiere algo de paciencia y mucha atención.

Si nos detenemos un poco para pensar y analizar con cuidado la situación que se les presentó a los contadores del reino, veremos que la serie de números 1, 2, 4, 8, etc. –que representa los granos de trigo que corresponden a las casillas del tablero de ajedrez, según el pedido de Sessa– tiene algo de particular: 2 es el doble de 1; 4 es el doble de 2; 8 es el doble de 4 y así sigue, cada número duplicando al anterior. Podemos obtener entonces el número de los granos de trigo que corresponderán a cada una de las casillas del tablero de ajedrez. No olvidemos que el tablero de ajedrez tiene 8 casillas por cada lado, o sea 64 en total (8 x 8).

Tendríamos, entonces:

Casilla 1: **1 grano**	Casilla 2: **2 granos** **(resultado de 2 x 1)**	Casilla 3: **4 granos** **(resultado de 2 x 2)**
Casilla 5: **16 granos** **(resultado de 2 x 8,** **o bien 2 x 2 x 2 x 2)**	Casilla 6: **32 granos** **(resultado de 2 x 16,** **o bien 2 x 2 x 2 x 2 x 2)**	Casilla 7: **64 granos** **(resultado de 2 x 32,** **o bien 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2)**

Hasta llegar a la casilla 64 que tendrá nada menos que 9.223.372.036.854.775.808 granos (resultado de multiplicar por (x 2) 63 veces). Hay que multiplicar (x 2) 63 veces porque la primera casilla tiene 1 grano de trigo y se comienza a multiplicar x 2 en la segunda. En detalle sería así:

Casilla 1: 1 grano
Casilla 2: 2 granos (2 x 1)
El 2 aparece en la multiplicación 1 vez
Casilla 3: 4 granos (2 x 2) 2 veces
Casilla 4: 8 granos (2 x 2 x 2) 3 veces
Casilla 5: 16 granos (2 x 2 x 2 x 2) 4 veces
Casilla 6: 32 granos (2 x 2 x 2 x 2 x 2) 5 veces

Y así sucesivamente, hasta llegar a la última casilla:

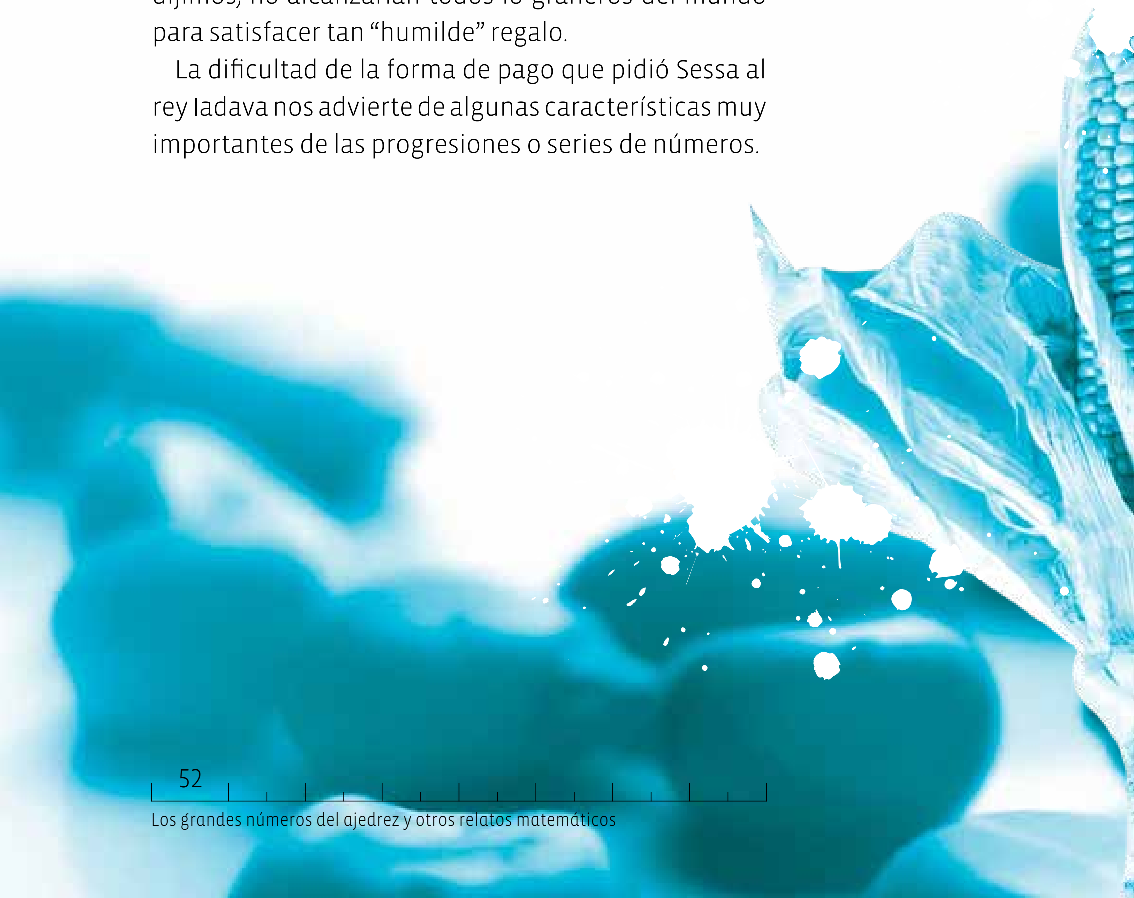
Casilla 64: 9.223.372.036.854.775.808 granos
(2 x 2 x 2 x .... x 2) 63 veces

Casilla 4:
8 granos
(resultado de 2 x 4, o bien 2 x 2 x 2)

Casilla 8:
128 granos
(resultado de 2 x 64, o bien 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2)

Con un poco de paciencia (¡y una buena calculadora!) si multiplicamos x 2 (63 veces) obtendremos este gigantesco número (un poco más de 9 trillones). Así sabremos la cantidad de granos que corresponden a la última casilla del tablero, la número 64. Pero el problema no termina aquí. Para obtener la cantidad total que debería entregar el rey al inteligente Sessa habría todavía que sumar la cantidad de granos de la primera casilla (1 grano), con los de la segunda casilla (2 granos), con los de la tercera (4 granos) y así, sumando la cantidad de cada casilla, hasta llegar a la 64 (que tenía 9.223.372.036.854.775.808 granos). Esta suma nos dará 18.446.744.073.709.551.615, que es la cantidad de granos que debería haber obtenido Sessa pero que, como dijimos, no alcanzarían todos lo graneros del mundo para satisfacer tan "humilde" regalo.

La dificultad de la forma de pago que pidió Sessa al rey Iadava nos advierte de algunas características muy importantes de las progresiones o series de números.



Si construimos una serie de números común, por ejemplo, la que usamos para contar naturalmente:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, vemos que va aumentando de a uno.

Si tenemos en cuenta esta otra:

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20 (que son los números pares), vemos que aumenta de a dos, pero siempre igual.

Pero ¿qué pasa con la serie de números de los granos de trigo del tablero de ajedrez, que representa el pedido de Sessa? ¡Aumenta de manera vertiginosa!

Veamos:

1

$2^1 = 2$

$2^2 = 4$

$2^3 = 8$

$2^4 = 16$

$2^5 = 32$

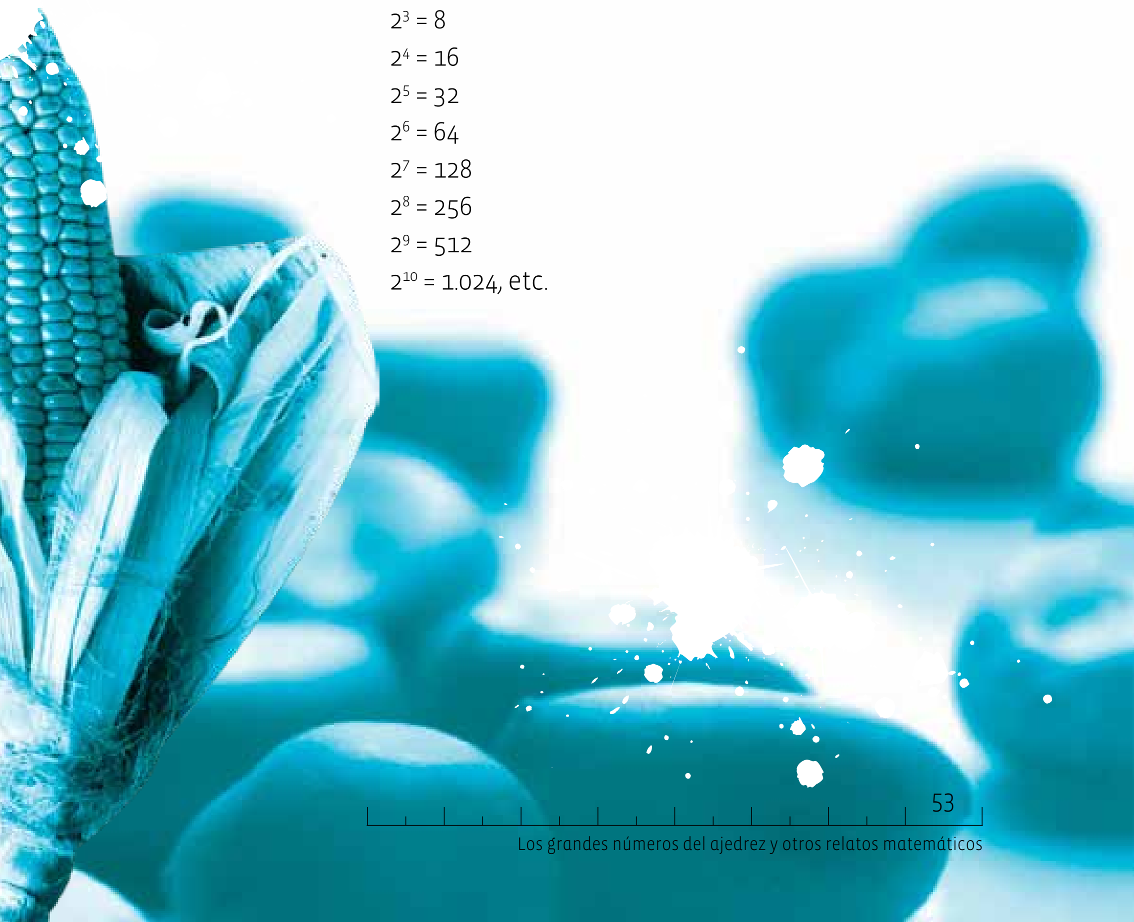
$2^6 = 64$

$2^7 = 128$

$2^8 = 256$

$2^9 = 512$

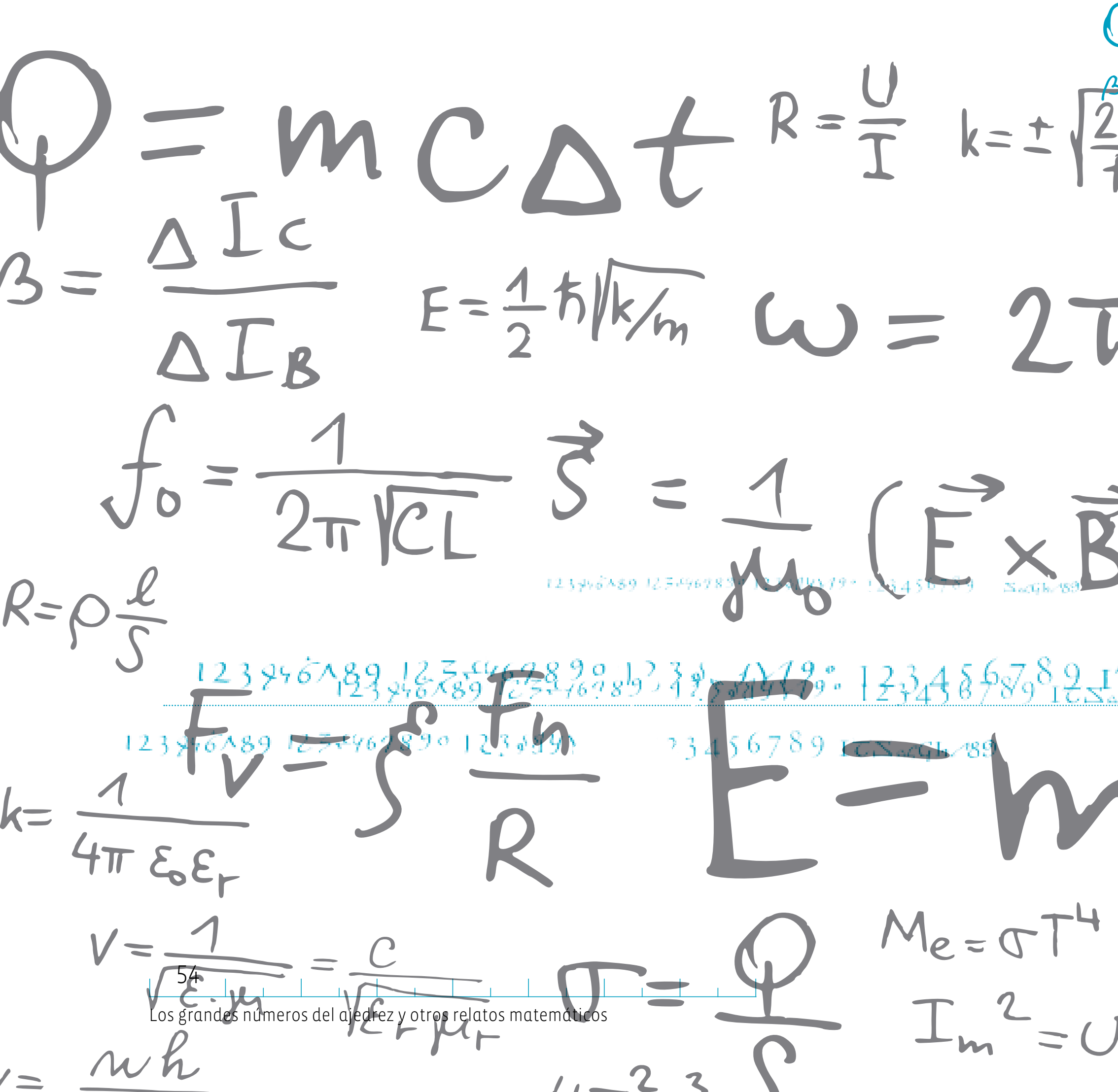
$2^{10} = 1.024$, etc.

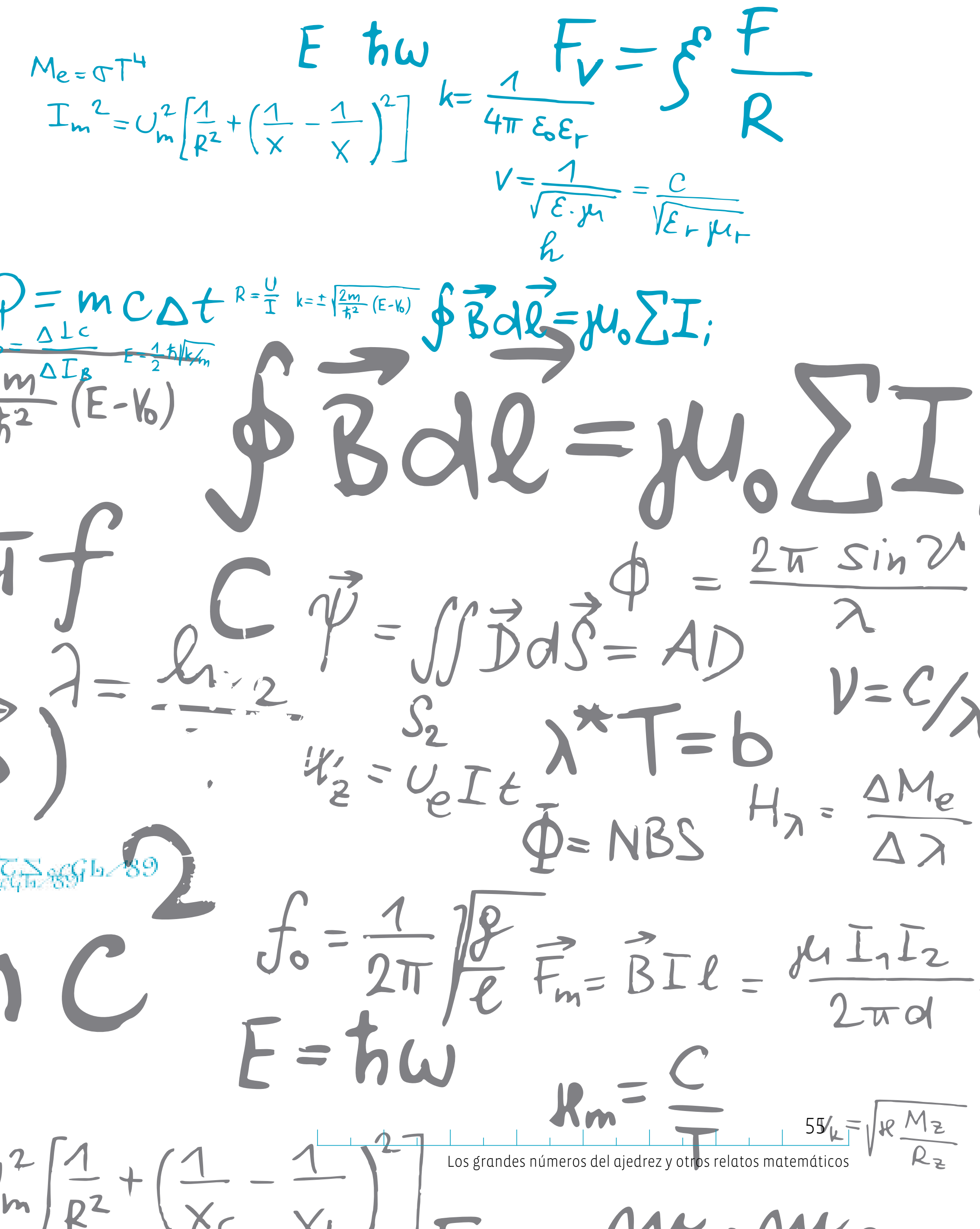


Construyamos una serie de estos números:

2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1.024, ...

Con gran sorpresa podemos comprobar que en el quinto paso ya estamos en 32, mientras que en el décimo ya llegamos a ¡1.024! ¡Por esto resultó imposible satisfacer el pedido del astuto Sessa (que, según podemos comprobar, no sólo fue el sagaz inventor del ajedrez sino que también sabía bastante matemática)!




Me = σT⁴
E = ħω
F_v = ξ F/R
k = 1/(4π ε₀ ε_r)
v = 1/√(ε·μ) = c/√(ε_r μ_r)
Q = mcΔt
R = U/I
∮ B dl = μ₀ ΣI
φ = 2π sin ϑ / λ
ψ = ∬ D dS = AD
λ* T = b
V = C/λ
W₂ = U_e I t
Φ = NBS
H_λ = ΔMe/Δλ
f₀ = 1/2π √(g/l)
F_m = BIl = μ I₁I₂ / 2πd
E = ħω

Los grandes números del ajedrez y otros relatos matemáticos

5
capítulo

Apéndice
Los grandes números del ajedrez

Millones de millones

Un millón es un uno con seis ceros (1.000.000); un billón es un millón de millón, o sea, un uno con doce ceros (1.000.000.000.000); un trillón es un millón de millón de millón, un uno con dieciocho ceros (1.000.000.000.000.000.000); la secuencia sigue así: un cuatrillón, un quintillón, etc. y cada vez más y más ceros... ¡Qué confuso resulta escribir y leer grandes números!

Escribiendo grandes números

Cuando se trabaja con números muy grandes los cálculos se hacen un poco incómodos, sobre todo por la dificultad de anotarlos. Para facilitar las cosas, los matemáticos han inventado una manera muy práctica de anotación, que nos permitirá escribir números tan grandes como queramos.

Volvamos a los cálculos que había que hacer para obtener los granos de trigo de Sessa. Con la primera casilla del tablero no había problemas: correspondía 1 grano. Con la segunda, tampoco: eran 2 granos. Con la tercera ya había que empezar a multiplicar un poco más: 2 x 2. Con la cuarta aún más: 2 x 2 x 2. Y así se debía, de casilla a casilla, ir multiplicando por dos. Una forma abreviada y muy práctica de anotación, para evitar tener que escribir, por ejemplo:

2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2

es la siguiente: 2^{21}

Cada vez que tengamos un número (en nuestro caso “2”) que se multiplica por sí mismo varias veces, lo anotamos con un número más pequeño, arriba a la derecha, que representa la cantidad de veces que aparece en la multiplicación. Veamos:

$2 \times 2 = 2^2$, ya que el dos aparece multiplicándose dos veces

$2 \times 2 \times 2 = 2^3$, puesto que el dos aparece multiplicándose tres veces.

$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$, el dos aparece multiplicándose cuatro veces.

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$, el dos aparece multiplicándose cinco veces.

Así, por ejemplo, si tenemos 2^{16} significa que dos está en la multiplicación dieciséis veces. 2^{95} significa que dos “entra” noventa y cinco veces en la multiplicación.

El cálculo del astuto Sessa

El número de granos que corresponde al regalo de Sessa es 18.446.744.073.709.551.615, un poco más de 18 trillones. Esta cantidad se consigue sumando todos los granos de todas las casillas del tablero de ajedrez. Es decir, un grano por la primera, más los dos que corresponden a la segunda, más los cuatro de la tercera, etc., hasta llegar a sumar los granos de la última casilla. Una forma más fácil de obtener esa grandiosa cantidad es resolver la sencilla fórmula:

Cantidad total de granos de trigo = 2^{64}-1

Notación científica

Escribir 10^9 es mucho más cómodo y económico que 1.000.000.000, y ni pensar, por ejemplo, cuando las cifras son mucho mayores. ¿No es mucho más práctico anotar 10^{36} que 1.000.000.000.000.000.000.00 0.000.000.000.000.000?

Con esta anotación 1.000.000 (un millón) sería simplemente: 10^6, 1.000.000.000.000 (un billón): 10^{12}, 1.000.000.000.000.000.000 (un trillón): 10^{18}.

Este tipo de anotación se basa en una operación que se llama “potenciación”. Cuando se escribe 2^2 se lee “dos elevado a la segunda potencia (o, como es más usual, al cuadrado)”. 2^3 se lee “dos elevado a la tercera potencia (o, como es más usual, al cubo). 2^4

se lee “dos elevado a la cuarta potencia”, o directamente “dos a la cuarta”. 2^5 se lee “dos elevado a la quinta potencia”, o directamente “dos a la quinta”. Después de la potencia 10 (por ejemplo, si seguimos con el 2) 2^{15}, se lee directamente dos a la quince, o a la treinta (2^{30}) o a la cuarenta y cinco (2^{45}), según el caso.

En la potenciación se llama “base” al número que se multiplica por sí mismo varias veces, y “exponente” a la cantidad de veces que dicho número se multiplica. Por ejemplo, en el caso de 2^5, 2 es la base y 5 el exponente.

Pero no sólo se puede elevar (o sea, multiplicar por sí mismo) el número 2. Es posible hacerlo con cualquier número:

$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$

$1^{22} = 144$

Pero ¡cuidado!:

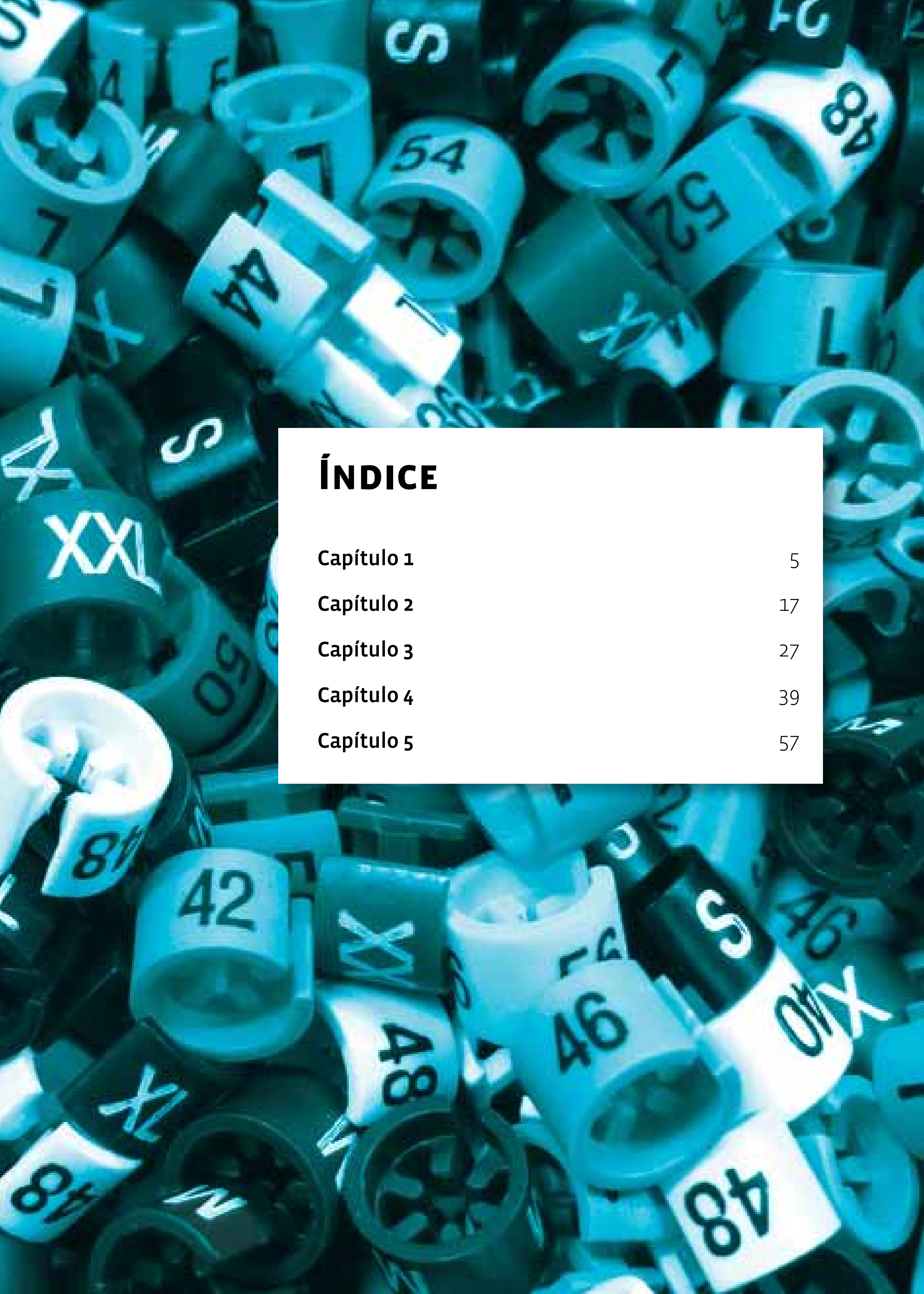
$2^1 = 2$

$5^1 = 5$

$123^1 = 123$

porque el exponente “1” indica que la base está “sola”, es decir que no se multiplica.


XS
L
44
140
S
M
26
48
40
46
XL



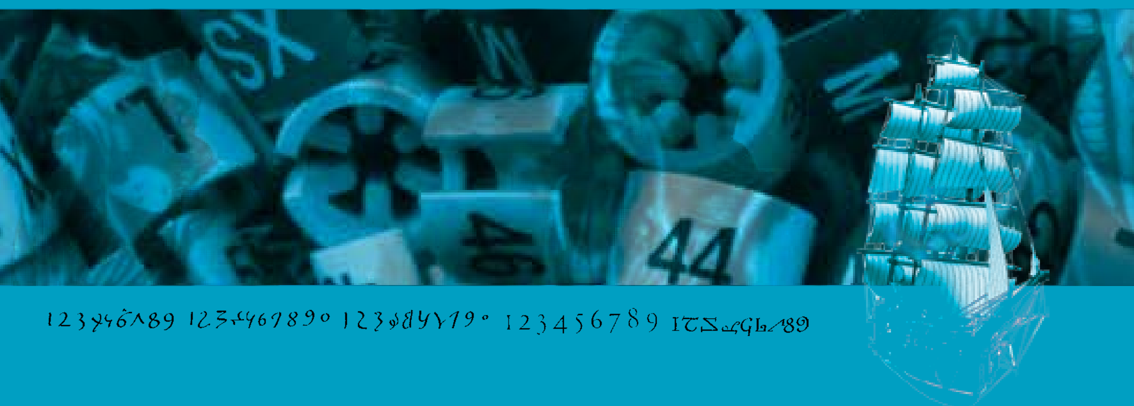
Índice

Los libros del Nautilus

Para que los chicos piensen la ciencia

Apoyando su dedo índice sobre la primera casilla, le dijo al monarca: “Majestad, me conformo con que me des un grano de trigo por la primera casilla del tablero, dos por la segunda, cuatro por la tercera, ocho por la cuarta, y así sucesivamente, multiplicando cada vez por dos, hasta llegar al último casillero”. El rey lo escuchó con mucha atención y una vez que hubo finalizado le dijo: “¡Pero muchacho, tan modesto obsequio me pides! ¡Por supuesto que serás complacido!” Y ordenó de inmediato a los contadores del palacio calcular la cantidad de trigo que deberían entregar a Sessa por haber creado el juego de ajedrez. ¡Cuál fue la sorpresa cuando los contadores regresaron, luego de muchas horas de discusión, y comunicaron al rey lo que habían calculado! ¡No alcanzaba la producción completa de trigo de todo el reino! La cantidad de granos de los que deberían disponer era de 18.446.744.073.709.551.615, un número imposible de satisfacer ¡ni aún con la producción de trigo de todo el mundo!

Al rey le pareció modesta la recompensa pedida por Lahur Sessa porque desconocía que el mundo está hecho con números y con relatos y cuentos sobre los números. Contar estas historias es una aventura única pero además es un tributo al ingenio matemático de las mujeres, los hombres y los niños de todos los tiempos.



ARGENTINA
UN PAIS CON BUENA GENTE

Centro Cultural
Rector Ricardo Rojas
Universidad de Buenos Aires

móvil en el elemento móvil